

# Kapitel 1

## Differentialrechnung

Das Denken ist zwar allen  
Menschen erlaubt, aber vielen  
bleibt es erspart.

---

*(Johann Wolfgang von Goethe)*

Die Differential- bzw. Differenzialrechnung ist ein wesentlicher Bestandteil der Analysis und damit ein Gebiet der Mathematik. Sie ist eng verwandt mit der Integralrechnung, mit der sie gemeinsam unter der Bezeichnung Infinitesimalrechnung zusammengefasst wird. Zentrales Thema der Differentialrechnung ist die Berechnung lokaler Veränderungen von Funktionen.

Hierzu dienlich und gleichzeitig Grundbegriff der Differentialrechnung ist die Ableitung einer Funktion (auch Differentialquotient genannt), deren geometrische Entsprechung die Tangentensteigung ist. Die Ableitung ist (nach der Vorstellung von Leibniz) der Proportionalitätsfaktor zwischen verschwindend kleinen (infinitesimalen) Änderungen des Eingabewertes und den daraus resultierenden, ebenfalls infinitesimalen Änderungen des Funktionswertes. Existiert ein solcher Proportionalitätsfaktor, so nennt man die Funktion differenzierbar. Äquivalent wird die Ableitung in einem Punkt als diejenige lineare Abbildung definiert, die unter allen linearen Abbildungen die Änderung der Funktion lokal am besten approximiert. Entsprechend wird die Ableitung auch die Linearisierung der Funktion genannt.

In vielen Fällen ist die Differentialrechnung ein unverzichtbares Hilfsmittel zur Bildung von mathematischen Modellen, welche die Wirklichkeit möglichst genau abbilden sollen, sowie zu deren nachfolgender Analyse. Die Entsprechung der Ableitung im untersuchten Sachverhalt ist häufig die momentane Änderungsrate; in den Wirtschaftswissenschaften spricht man auch häufig von Grenzzahlen (z. B. Grenzkosten, Grenzproduktivität eines Produktionsfaktors etc.).

Dieser Artikel erklärt außerdem die mathematischen Begriffe: Differenzenquotient, Differentialquotient, Differentiation, stetig differenzierbar, glatt, partielle Ableitung, totale Ableitung, Reduktion des Grades eines Polynoms.

In geometrischer Sprache ist die Ableitung eine verallgemeinerte Steigung. Der geometrische Begriff Steigung ist ursprünglich nur für lineare Funktionen definiert, deren